Kinematika hmotného bodu

mechanický pohyb- přemisťování tělesa vzhledem k okolním tělesům

- Kinematika- popisuje pouze pohyb bez ohledu na příčinu
- Dynamika- studuje příčinu pohybu těles

hmotný bod (částice)- těleso, jehož rozměry a tvary jsou při popisu zkoumaného děje zanedbatelné

poloha částice je určena polohovým vektorem ($\underset{r}{\rightarrow}$) nebo souřadnicemi

Mechanický pohyb

klid i pohyb těles jsou vždy relativní- absolutní klid neexistuje- musíme vždy uvést vzhledem, ke kterým tělesům je částice v klidu či v pohybu

těleso, k němuž vztahujeme pohyb zkoumaného tělesa, nazýváme vztažné těleso

popis klidu nebo pohybu částice závisí na volbě vztažného tělesa

Poloha hmotného bodu

vztažná soustava- na vztažném tělese se zvolí vztažný bod a soustava souřadnic, kterou zkombinuje s okamžikem počátku měření času

polohový vektor (r)- počátkem vektoru je počátek souřadnic, koncem je poloha částice v daném okamžiku → výslednice x- a y-souřadnice

velikost polohového vektoru ve 2D: $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

Trajektorie a dráha hmotného bodu

trajektorie částice- čára/křivka, která pohyb částice opisuje

tvar trajektorie závisí na volbě vztažné soustavy

pohyby dělíme na: přímočaré a křivočaré (podle tvaru trajektorie)

délka trajektorie za určitou dobu- dráha (s)

dráha je funkcí času (závisí na čase t)

graf dráhy- graf závislosti dráhy na čase (s, t)

rychlost hmotného bodu

průměrná rychlost (v)=$\frac{\Delta \boldsymbol{x}}{\Delta \boldsymbol{t}}$

$$v_{avg.} = \frac{displacement\ (dráha)}{čas} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3}$$

průměrná rychlost na celé dráze **není** aritmetickým průměrem rychlostí na všech jejích částech

$$\Delta x = x_f - x_i$$

Čím menší (Δt) volíme, tím blíže jsme velikosti okamžité rychlosti v daném bodě

Vektor okamžité rychlosti je tečnou k danému bodu a směr je určen směrem pohybu

Při pohybu po křivce se okamžitá rychlost vždy mění (ne nutně její velikost, ale její směr)

- Rovnoměrný pohyb- okamžitá rychlost je konstantní
- Nerovnoměrný pohyb- okamžitá rychlost se mění

Rovnoměrný pohyb

velikost okamžité rychlosti tělesa, které koná rovnoměrný pohyb je rovna jeho průměrné rychlosti

grafem rovnoměrného pohybu je přímka

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} \qquad / \qquad s_f = s_i + v * t$$

Dráha rovnoměrného pohybu je lineární funkcí času

Rovnoměrný zrychlený a rovnoměrně zpomalený pohyb

Pohyb zrychlený/zpomalený- rychlost se postupně zvětšuje/zmenšuje

Zrychlení (a- m/s^2)- acceleration

Nerovnoměrný přímočarý pohyb- zrychlení je nenulové

$$a_{avg.} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$$

Okamžitému zrychlení se lze přiblížit zvolením malého časového intervalu- přesně se počítá použitím calculu / matematické analýzy

Rovnoměrný zrychlený/zpomalený pohyb- vektor akcelerace je konstantní (má stejný směr a velikost)- u zrychleného pohybu má směr rychlosti- u zpomaleného pohybu má směr opačný směru rychlosti

$$v_f = v_i + a * \Delta t$$

Při rovnoměrném zrychleném přímočarém pohybu roste velikost okamžité rychlosti lineárně v čase

Při zpomalování je akcelerace záporná

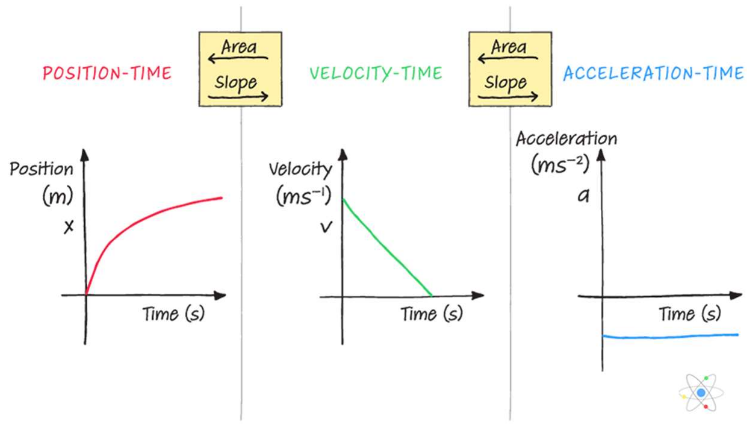
Dráha rovnoměrně zrychleného/zpomaleného pohybu

Dráha (displacement) je obsah pod grafem rychlosti v závislosti na čase →

$$\Delta x = v_i * \Delta t + \frac{1}{2} a * (\Delta t)^2$$

Tento vzorec nám také říká, že grafem dráhy rovnoměrně zrychleného pohybu je parabola (t^2)

$$x_f = x_i + v_i * \Delta t + \frac{1}{2} a * (\Delta t)^2$$



Volný pád

Speciální případ rovnoměrně zrychleného pohybu- ve svislém směru vzhledem k povrchu země

Gelileo Galilei- prokázal, že volný pád je pohyb zrychlený

Tíhové zrychlení (g)- vektor tíhového zrychlení směřuje vždy dolů k povrchu země- 9,81 m/s^2

„čistý“ volný pád může nastat v tzv. Newtonově trubici- vakuum + kulička a peříčko

Tíhové zrychlení je pro všechna tělesa padající ve vakuu (na Zemi) stejné

$$v = a\ (g) * t$$

Vektor okamžité rychlosti směřuje též dolů (stejně jako zrychlení)- pokud máme nulovou počáteční rychlost

$$\Delta x = v_i * \Delta t + \frac{1}{2} a\ (g) * (\Delta t)^2$$

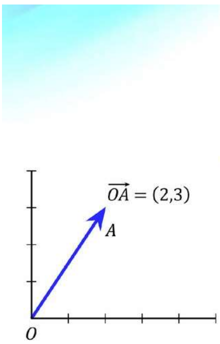
Pokud se jedná o 1D pohyb pak má těleso s nulovou počáteční rychlostí trajektorii tvaru svislé přímky

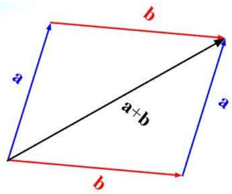
Skládání pohybů a rychlostí

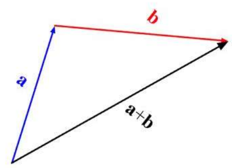
Často částice vykonává několik pohybů současně (několik vektorových rychlostí)

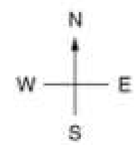
(loďka vykonává pohyb vzhledem k řece a řeka vzhledem k pozorovateli, výsledná rychlost loďky je tedy součet dvou předešlých vektorových rychlostí)

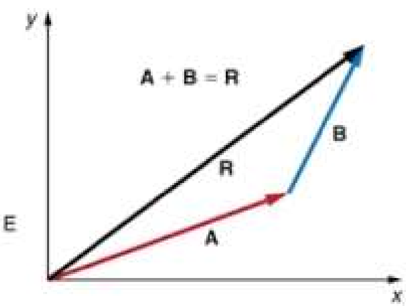
$$\vec{v} = \vec{v_1} + \vec{v_2}$$











Vektory skládáme doplněním na rovnoběžník nebo způsobem „heads to tails“

Pokud mají vektory stejný nebo opačný směr jedná se pouze o jejich číselný součet- směr tak udává větší z vektorů (1D pohyb)

Pokud jsou vektory vzájemně kolmé (x, y) využijeme Pythagorovy věty

Pokud jsou vektory pod známým úhlem využijeme goniometrické funkce

Jestliže skládáme pohyby rovnoměrné a přímočaré, výsledný pohyb bude také rovnoměrný a přímočarý

Hmotný bod následuje trajektorii, jejíž směr je určen směrem výsledného vektoru rychlosti

Většinou je trajektorií složeného pohybu křivka- typickým příkladem je vystřelený projektil, který na ose může na ose x mít rychlost výstřelu a na ose y zažívá volný pád- trajektorie je poté část paraboly

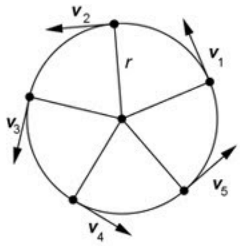
Rovnoměrný pohyb po kružnici

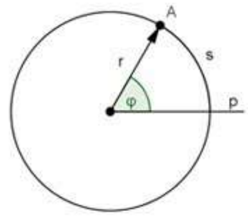
Praxe: body na obvodu kola, body na CD/DVD, body na brusném kotouči, ručičky hodin

Rovnoměrný pohyb po kružnici je nejjednodušší křivočarý pohyb

Trajektorie částice je kružnice

Velikost rychlosti bývá konstantní- směr rychlosti se neustále mění- rychlost částice musí být v každém bodu tečnou kružnice (trajektorie)





Δ s … dráha
r ……. poloměr kružnice
Δφ … orientovaný úhel

Spojnice středu kružnice a pohybující se částice se nazývá průvodič hmotného bodu ($\vec{r}$)- což je v podstatě polohový vektor, díky kterému udáváme polohu na kružnici- délka tohoto vektoru je rovna poloměru r

V čase t svírá polohový vektor ($\vec{r}$) s polopřímkou p středový úhel ϕ (fí)- tento úhel se nazývá úhlová dráha

Úhlová dráha

Velikost úhlu (úhlovou dráhu) měříme pomocí radiánů (rad)- velikost úhlu v radiánech je určena délkou oblouku (s) a poloměrem kružnice (r)

$$\boldsymbol{\phi}\ (\mathbf{fí}) = \frac{\boldsymbol{s}}{\boldsymbol{r}}$$

pokud s=r, pak ϕ= 1 rad- úhel má velikost 1 radián, jestliže délka oblouku, který mu přísluší, dopovídá poloměru této kružnice

radiány jsou bezrozměrné veličiny

$$(celá\ kružnice)\phi = \frac{2\pi r}{r} = 2\pi\ rad.$$

$$2\pi\ rad = 360° \qquad 1\ rad. = 57°20' \qquad 1° = \frac{\pi}{180} rad.$$

Za Δt částice vykoná rovnoměrný pohyb Δx a průvodič opíše úhel Δϕ- úhlová dráha je tedy Δϕ

Úhlová rychlost

Pomocí **Δt** a **Δϕ** je definována veličina **úhlová rychlost ω**

$$\boldsymbol{\omega} = \frac{\Delta\boldsymbol{\phi}}{\Delta\mathbf{t}}$$

úhlová rychlost částice, která koná rovnoměrný pohyb po kružnici, je podíl úhlové dráhy Δϕ, kterou opíše průvodič za dobu Δt

jednotkou je radián za sekundu (**rad/s**)

pokud částice koná rovnoměrný pohyb po kružnici nemění se jeho úhlová rychlost

$$\Delta\phi = \omega * \Delta t$$

Za stejné časové intervaly opíše částice při rovnoměrném pohybu po kružnici stejné úhlové dráhy

Frekvence a perioda

Průvodič opíše plný úhel $\phi=2\pi$ za dobu **T**- oběžná doba (period)

Rovnoměrný pohyb po kružnici se nazývá pohyb periodický

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Počet oběhů částice za jednotku času- frekvence pohybu (f)

Jeden oběh se uskuteční za čas 1/f- frekvence je inverzní funkcí k periodě:

$$T = \frac{1}{f} \qquad\qquad f = \frac{1}{T}$$

Jednotkou frekvence hertz (Hz)- 1Hz znamená 1 oběh za 1 sekundu

$$\boldsymbol{\omega = 2\pi f}$$

$$\boldsymbol{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{r\Delta\varphi}{\Delta t} = \boldsymbol{r\omega}$$

V praxi se uvádí jednotka **N** (ot/min)- např. 3000 ot/min je 50 ot/s- to je 50Hz- úhlová rychlost=2π*50 (f)= 314 rad/s

Okamžitá rychlost (v)

Úhlová rychlost je pro všechny body stejná

Okamžitá rychlost (instantaneous velocity) avšak závisí na vzdálenosti od osy otáčení- body na obvodu kola mají rychlost nejvyšší- body na ose otáčení jsou naopak v klidu

Rychlost v je také nazývána obvodová rychlost

$$\boldsymbol{v = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r f}$$

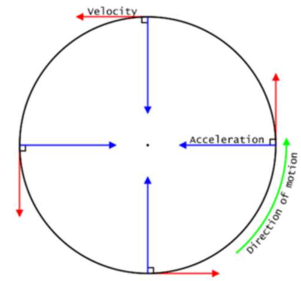
Zrychlení při rovnoměrném pohybu po kružnici

Při rovnoměrném pohybu po kružnici se velikost rychlosti nemění- mění se pouze její směr

Vektor rychlosti tedy není konstantní- má pouze konstantní velikost rychlosti (v), ale měnící se směr

Vektor, který mění tento směr, se nazývá dostředivé zrychlení (centripetal accelaration)- je označováno (a_d nebo a_c)

$$a_c = \frac{v^2}{r} = r\omega^2$$



Vektor dostředivého zrychlení je vždy kolmý na vektor rychlosti- jinak by se velikost vektoru rychlosti měnila- vektor zrychlení míří tam, kam se trajektorie zakřivuje