

Kmitání

Těleso se stále pohybuje kolem/skrz tzv. rovnovážnou polohu

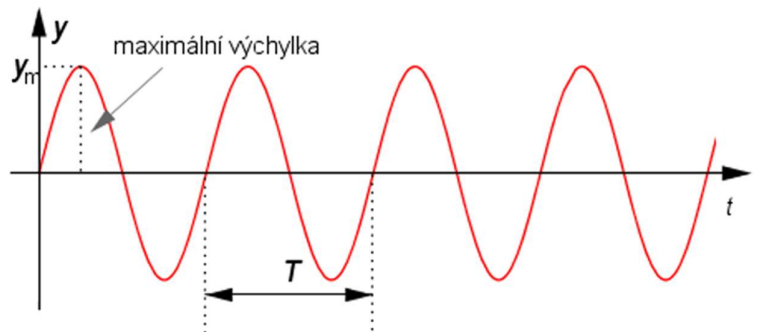
Periodické děje- např.:

- Kyvadlo
- Těleso na pružině
- Struna
- Srdce
- Písty v motoru
- Střídavý proud

Kmitavý pohyb

Mechanická oscilátor- kmitání započne po vychýlení z rovnovážné polohy- kmitá bez vnějšího působení- např. závaží na pružině (gravitační-pružná síla), kyvadlo (gravitační-tenzní síla)

- Perioda/kmit (**T**)- periodicky opakující se část
- Frekvence (**f**)- kmitů za sekundu [**Hz=s⁻¹**]
 - o $T = \frac{1}{f}$
- Amplituda (**A=y_{max.}**)- nejvyšší a nejnižší výchylka oscilátoru

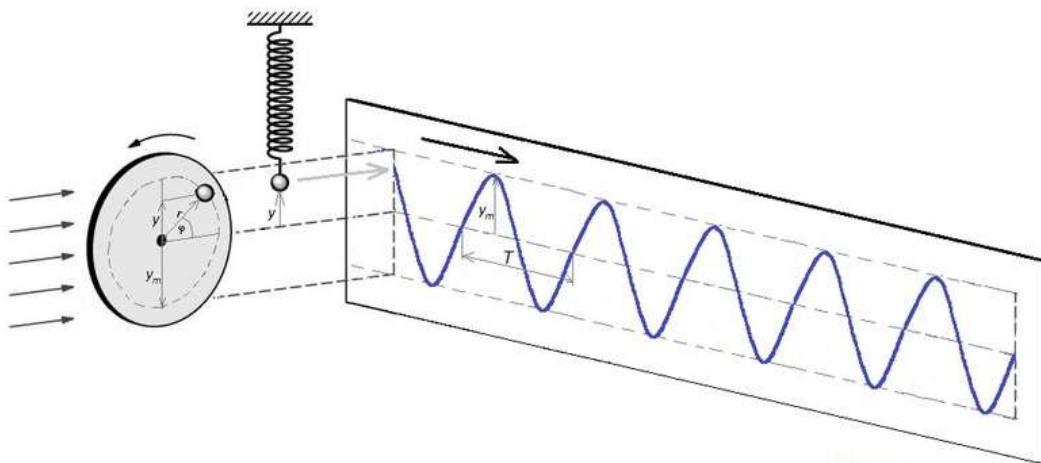


Periodická změna rozložení sil → mění se zrychlení → nerovnoměrný pohyb

Harmonické kmitání

Harmonické kmitání- časový diagram je sinusoida/kosinusoida

Lze popsat jako rovnoměrný pohyb po kružnici promítnutý do roviny



- 1) Průvodič (r) o úhlové rychlosti¹ (ω) urazí úhel ($\omega \cdot t$) za čas (t)
- 2) Momentální výchylka (y)
- 3) Amplituda (A) je určena délkou průvodiče (r)
- 4) Na myšleném kruhu popsané veličiny tvoří pravoúhlý trojúhelník

$$\sin(\omega \cdot t) = \frac{y}{A}$$

$$y = A \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

Rychlost

- Nejvyšší rychlost- v rovnovážné poloze ($y=0$)- veškerá kinetická energie, žádná potenciální
- Nejnižší rychlost- v amplitudě- pouze potenciální energie

Vektor lineární rychlosti je vždy tečnou v bodě tělesa (na myšleném kruhu)

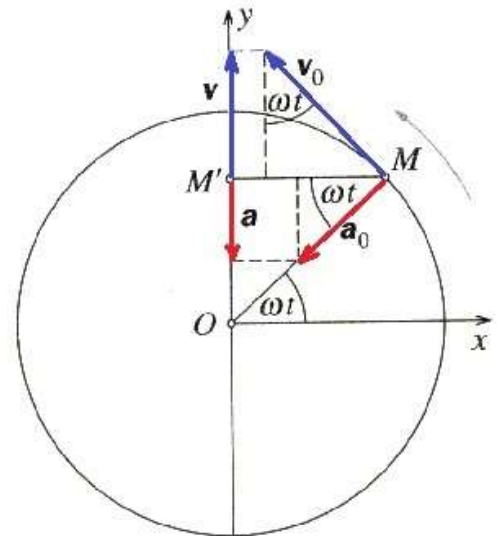
Úhel, který svírá rychlost (v_0) se svým y -komponentem (v) $\rightarrow 90-90+\omega t$

y -komponent pak představuje pozorovanou rychlost

$$v = \cos(\omega \cdot t) \cdot v_0$$

$$v_0 = \omega \cdot r \quad \bigwedge \quad r = A$$

$$v = \omega \cdot A \cdot \cos(\omega \cdot t)$$



Zrychlení

Zrychlení musí na myšleném kruhu směřovat do jeho středu

Zrychlení má opačný směr proti výchylce oscilátoru (mínus v rovnici)

$$a = -a_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

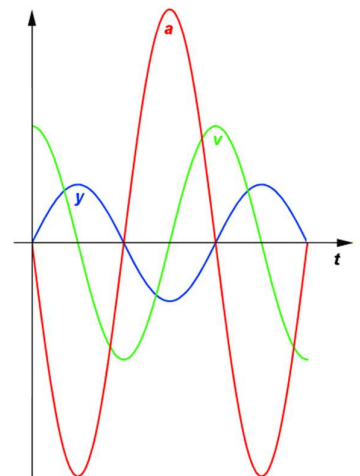
$$a_0 = \omega^2 \cdot A$$

$$a = -\omega^2 \cdot A \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

Fáze kmitavého pohybu

Oscilátory nemusí začínat v rovnovážné poloze, nebo nemusí být synchronní

$$y = A \cdot (\omega t + \varphi)$$



¹ Také úhlová frekvence (rad/s)

$$\varphi = \omega \cdot t_0 \text{ (počáteční fáze kmitání)}$$

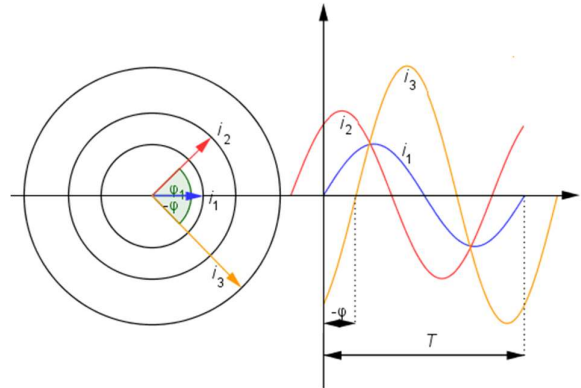
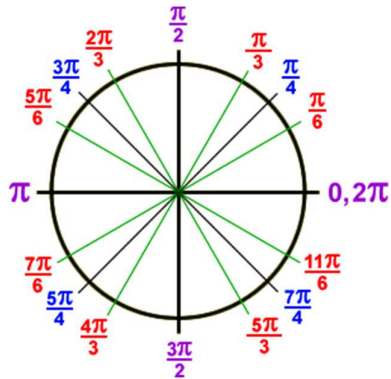
t_0 =čas, který by uběhnul, kdyby oscilátor začal v rovnovážné poloze

Fázový rozdíl

$$(\omega t + \varphi_2) - (\omega t + \varphi_1) = \Delta\varphi \text{ (fázový rozdíl mezi oscilátory)}$$

Speciální případy:

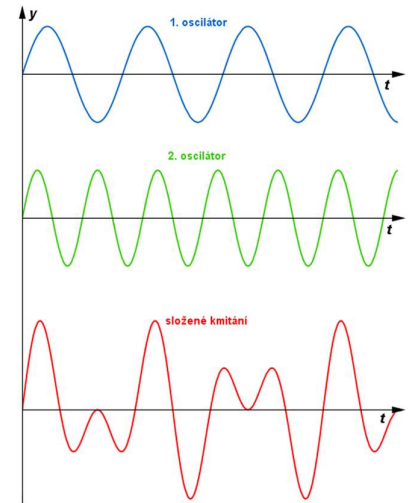
- Kmitání se stejnou fází ($\Delta\varphi = 2\pi k$)
- Kmitání s opačnou fází ($\Delta\varphi = (2k + 1)\pi$)²



Složené kmitání

Princip superpozice: jestliže hmotný bod současně koná několik harmonických kmitavých pohybů, jeho výchylka je součtem hodnot okamžitých výchylek jednotlivých oscilátorů

$$y = y_1 \pm y_2 \pm \dots$$

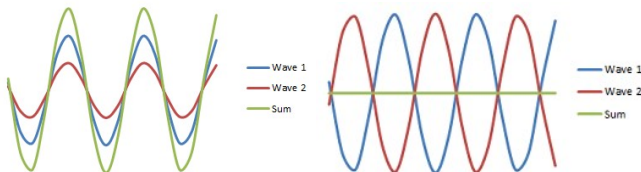


Izochronní kmitání

Kmitání se stejnou úhlovou frekvencí/rychlostí složek → harmonické kmitání

Fázové rozdíly:

- Stejná fáze ($\Delta\varphi = 2\pi k$) → největší zvýšení amplitudy (konstruktivní interference)
- Opačná fáze/pi-shift ($\Delta\varphi = (2k + 1)\pi$) → největší snížení amplitudy (destruktivní interference)



² Tzv. pi-shift

Složením dvou izochronních kmitání zůstává stejná frekvence

Amplituda závisí na fázovém rozdílu složek

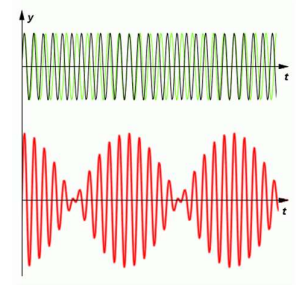
Anizochronní kmitání

Nestejně úhlové frekvence ($\omega_1 \neq \omega_2$) → neharmonické kmitání

Rázy- vznikají složením oscilací s nestejnou, ale velmi blízkou úhlovou frekvencí → amplituda se periodicky mění

Záněže- zvukové rázy (kombinace dvou vln podobných frekvencí)

Každé složené kmitání lze rozložit na harmonické složky



Dynamika kmitání

$$a = -\omega^2 y$$

$$\mathbf{F} = -m \cdot \omega^2 \cdot \mathbf{y}$$

Pružina

Parametry oscilátoru- hmotnost tělesa a tuhost pružiny (k)

$$F_{\text{pružina}} = k \cdot \Delta l \text{ (Hookův zákon)}$$

Oscilace probíhá díky této proměnné pružné síle ← gravitační síla zůstává konstantní, zatímco pružná síla se (při klesání závaží pod rovnovážnou polohu) zvyšuje

$$k\Delta l = mg$$

$$\mathbf{F} = k(\Delta l - y) - mg = -\mathbf{k} \cdot \mathbf{y}$$

* Δl =prodloužení pružiny v rovnovážné poloze

**Ideální pružina má nulovou hmotnost

Výsledná síla působící na zavěšené těleso směřuje stále k rovnovážné poloze

$$-k \cdot y = -m \cdot \omega^2 \cdot y$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Kyvadlo

Těleso zavěšené nad těžištěm, které se může otáčet ve vertikální rovině

Parametry oscilátoru- délka kyvadla

Svislá poloha=rovnovážná → po vychýlení kmitání

Výsledná síla vzniká jako „vedlejší produkt“ (x-komponent) tenzní síly vlákna, které musí vždy vyvažovat gravitační sílu

Při malých úhlech se $\sin\alpha \approx \alpha$ (v radiánech):

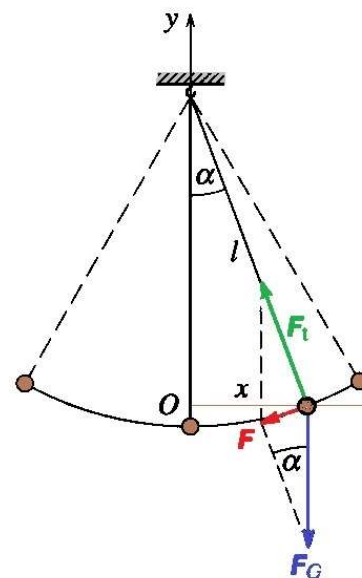
$$\alpha \approx \frac{F}{F_g} = \frac{x}{l} = \sin\alpha$$

$$F = ma = m\omega^2 r$$

$$F = -m\omega^2 x = -mg \cdot \frac{x}{l}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$



*za harmonický oscilátor lze kyvadlo považovat pouze při malých úhlech výchylky (max. 5°)!!!

Kyv³ (τ=T/2)- přechod z jedné krajní polohy do druhé

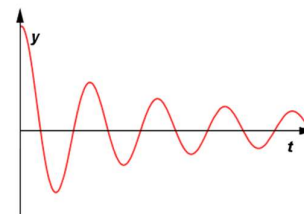
Tlumené kmitání

V ideálním případě se v oscilátoru dodaná potenciální energie periodicky mění na kinetickou a zpátky → amplituda zůstává stejná → netlumené kmitání

V reálných případech dochází ke ztrátám energie (např. třením) → amplituda klesá → tlumené kmitání

Se snižující se amplitudou se také prodlužuje perioda kmitání

např. pérování automobilu se tlumí válci s viskózním olejem



Nucené kmitání

Rozkmitání oscilátoru pomocí periodické vnější síly (např. elektromagnet, motor)

³ Na Zemi je délka sekundového kyvadla skoro přesně 1m

Nehledě na původní úhlovou frekvenci, při nuceném kmitání oscilátor vždy nakonec kmitá s frekvencí vnějšího působení

Vlastnímu kmitání oscilátoru přísluší jedna frekvence, nucenému kmitání frekvenci určuje vnější zdroj
→ nucená frekvence na vlastnostech tělesa nezáleží

Nuceně lze rozkmitat i tělesa, která nemají vlastnosti oscilátoru

Rezonance

Parametry tělesa nemají při nuceném kmitání vliv na frekvenci, ale určují amplitudu

Pokud se frekvence nuceného kmitání shoduje s frekvencí vlastního kmitání ($\omega_i = \omega_e$) → nejvyšší amplituda → tzv. rezonance

Při frekvencích odlišných od rezonanční amplituda rychle klesá

Rezonanční zesílení- malá síla o rezonanční frekvenci více zvětší amplitudu, nežli velká síla o zcela rozdílné frekvenci